



**Procedimentos para obtenção de uma Tábua Completa de
Mortalidade a partir de uma Tábua Abreviada – Brasil 2014**

Presidente da República

Michel Miguel Elias Temer Lulia

Ministro do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão

Dyogo Henrique de Oliveira (interino)

**INSTITUTO BRASILEIRO
DE GEOGRAFIA E
ESTATÍSTICA - IBGE**

Presidente

Paulo Rabello de Castro

Diretor-Executivo

Fernando J. Abrantes

ORGÃOS ESPECÍFICOS SINGULARES

Diretoria de Pesquisas

Roberto Luís Olinto Ramos

Diretoria de Geociências

Wadih João Scandar Neto

Diretoria de Informática

José Sant`Anna Bevilaqua

Centro de Documentação e Disseminação de Informações

David Wu Tai

Escola Nacional de Ciências Estatísticas

Maysa Sacramento de Magalhães

UNIDADE RESPONSÁVEL

Diretoria de Pesquisas

Coordenação de População e Indicadores Sociais

Barbara Cobo Soares

Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão
Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE
Diretoria de Pesquisas
Coordenação de População e Indicadores Sociais

Procedimentos para obtenção de uma Tábua Completa de Mortalidade a partir de uma Tábua Abreviada – Brasil 2014

Rio de Janeiro
2016

Apresentação

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, com a presente publicação, coloca ao alcance dos usuários os procedimentos utilizados para a obtenção de uma Tábua Completa de Mortalidade a partir de uma Tábua Abreviada de Mortalidade para o Brasil. As Tábuas Abreviadas de Mortalidade são provenientes da projeção oficial da população do Brasil para o período 2000-2060, que além de permitir que se conheçam os níveis e padrões de mortalidade da população brasileira, tem sido utilizada como um dos parâmetros necessários na determinação do chamado fator previdenciário para o cálculo dos valores relativos às aposentadorias dos trabalhadores que estão sob o Regime Geral de Previdência Social.

Roberto Luís Olinto Ramos
Diretor de Pesquisas

1. Introdução

Primeiramente, cabe destacar que a experiência brasileira, bem como a de grande parte dos países, em particular, aqueles em vias de desenvolvimento, tem mostrado que a distribuição por idades individuais da população enumerada pelos Censos Demográficos apresenta um problema sistemático na declaração ou no cálculo da idade que está associado à preferência de dígitos atrativos finais. O mesmo problema também ocorre com a distribuição etária dos óbitos. No primeiro caso, nem sempre é a pessoa que está sendo recenseada que presta a informação sobre sua idade e, no segundo caso, por motivos óbvios, deverá haver sempre um informante para declarar a idade do falecido. Neste sentido, na demografia a forma usual de obtenção de uma Tábua Completa de Mortalidade consiste em utilizar procedimentos matemáticos para desagregar em idades simples uma Tábua Abreviada. Esta abertura é levada a efeito considerando três grandes grupos etários tratados separadamente: as idades inferiores a 5 anos, as idades compreendidas entre 5 e 69 anos e as idades a partir dos 70 anos.

Desde 1999, o IBGE divulga anualmente a Tábua Completa de Mortalidade correspondente à população do Brasil, com data de referência em 1º de julho do ano anterior. Esta divulgação tem sido realizada em cumprimento ao Artigo 2º do Decreto Presidencial nº 3.266, de 29 de novembro de 1999, cuja redação é descrita a seguir.

“Art. 2º. Compete ao IBGE publicar, anualmente, até o dia primeiro de dezembro, no Diário Oficial da União, a tábua completa de mortalidade para o total da população brasileira referente ao ano anterior.”

A tábua de mortalidade anualmente divulgada, e que apresenta a expectativa de vida às idades exatas até os 80 anos, tem sido utilizada como um dos parâmetros para a determinação do chamado fator previdenciário para o cálculo dos valores relativos às aposentadorias dos trabalhadores que estão sob o Regime Geral de Previdência Social.

É necessário, porém, salientar que a tábua de mortalidade, ou tábua de vida elaborada pelo IBGE constitui um modelo demográfico que descreve a incidência da mortalidade ao longo do ciclo vital das pessoas.

Como principais indicadores extraídos da tábua de mortalidade podem ser citados os seguintes:

1. As probabilidades de morte entre duas idades exatas, em particular, a probabilidade de um recém-nascido falecer antes de completar o primeiro ano de vida, também conhecida como a taxa de mortalidade infantil;
2. As expectativas de vida a cada idade, em especial, a expectativa de vida ao nascimento.

Tais indicadores guardam associação direta com as condições sociais, sanitárias, de saúde e de segurança da população em estudo, constituindo um modelo de grande valor para avaliar e introduzir os ajustes necessários nas políticas sociais voltadas para a sociedade como um todo.

A recente tábua abreviada de mortalidade é proveniente de uma projeção da mortalidade feita a partir da tábua de mortalidade construída para o ano de 2010, na qual foram incorporados dados populacionais do Censo Demográfico 2010¹, estimativas da mortalidade infantil com base no mesmo levantamento censitário e informações sobre notificações e registros oficiais de óbitos por sexo e idade. Trata-se de um procedimento necessário de atualização, quando se trabalha com indicadores e/ou modelos demográficos prospectivos. Além disso, o desenvolvimento desta atividade cumpre também o propósito de gerar parâmetros atualizados da mortalidade do Brasil que foram incorporados à Revisão 2013 da Projeção da População do Brasil por Sexo e Idade para o Período 2000 – 2060².

¹ http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/tabuas_abreviadas_mortalidade/2010/default.shtm

² http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/projecao_da_populacao/2013/default_tab.shtm

2. Abertura da mortalidade dos menores de cinco anos de idade.

A tábua abreviada de mortalidade nos fornece a intensidade de mortalidade nas idades 0, 1, 5, 10, 15, 20,...até o grupo aberto final. Na idade 0, temos a mortalidade das crianças menores de 1 ano de idade. Na idade 1, temos a mortalidade no intervalo de 1 a 4 anos de idade. Estes dois intervalos de idade em conjunto nos fornece a mortalidade na infância. A partir dos cinco anos os intervalos são quinquenais até o último grupo de idade, normalmente denominado de grupo aberto.

Para a obtenção dos sobreviventes (l_x) nas idades 1,2,3 e 4 faz-se necessário ajustar uma hipérbole passando por três pontos (l_0, l_1 e l_5), tendo como expressão analítica:

$$l_x = \frac{Ax + B}{x + C}$$

Onde os parâmetros A, B e C são obtidos da seguinte forma:

$$(I) l_0 = \frac{A \cdot 0 + B}{0 + C} = \frac{B}{C} \quad \therefore \quad B = C l_0$$

$$(II) l_1 = \frac{A + B}{1 + C} \quad \therefore \quad A + B = l_1 + C l_1$$

$$(III) l_5 = \frac{5A + B}{5 + C} \quad \therefore \quad 5A + B = 5 l_5 + C l_5$$

Subtraindo-se (I) de (II).

$$A + B - B = l_1 + C l_1 - C l_0 \quad \therefore \quad A = l_1 + C (l_1 - l_0)$$

Substituindo o valor de A e B em (III), temos:

$$5 l_1 + 5 C l_1 - 5 C l_0 + C l_0 = 5 l_5 + C l_5$$

$$5 C l_1 - 5 C l_0 + C l_0 - C l_5 = 5 l_5 - 5 l_1$$

$$5 C l_1 - 4 C l_0 - C l_5 = 5 l_5 - 5 l_1$$

$$C (5 l_1 - 4 l_0 - l_5) = 5 (l_5 - l_1)$$

$$C = \frac{5(l_5 - l_1)}{5l_1 - 4l_0 - l_5}$$

Para facilitar o entendimento vamos exemplificar com as tábuas abreviadas de mortalidade para o ano de 2014, que foram as últimas a serem transformadas em tábuas completas de mortalidade. Estas tábuas foram provenientes da projeção 2013³. Estas tábuas foram construídas tendo como grupo aberto a idade de 90 anos e mais (Tabela 1). Os elementos que constam em uma tábua de mortalidade estão definidos no anexo.

³ http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/projecao_da_populacao/2013/default_tab.shtm

Tabela 1 - Tábuas abreviadas de mortalidade por sexo e idade - Brasil - 2014

Homens							
Idade	nM_x	nq_x	nD_x	l_x	nL_x	T_x	e_x
0	0,01580	0,01558	1.558	100.000	98.578	7.156.725	71,57
1	0,00065	0,00261	257	98.442	393.155	7.058.147	71,70
5	0,00031	0,00153	150	98.186	490.553	6.664.991	67,88
10	0,00039	0,00194	190	98.035	489.702	6.174.438	62,98
15	0,00168	0,00838	820	97.845	487.177	5.684.736	58,10
20	0,00257	0,01275	1.237	97.025	482.033	5.197.559	53,57
25	0,00260	0,01291	1.237	95.788	475.849	4.715.525	49,23
30	0,00279	0,01383	1.308	94.552	469.489	4.239.676	44,84
35	0,00324	0,01607	1.498	93.244	462.474	3.770.188	40,43
40	0,00418	0,02067	1.896	91.746	453.988	3.307.714	36,05
45	0,00584	0,02877	2.585	89.850	442.786	2.853.726	31,76
50	0,00840	0,04114	3.590	87.265	427.349	2.410.940	27,63
55	0,01193	0,05793	4.847	83.675	406.257	1.983.591	23,71
60	0,01676	0,08045	6.342	78.828	378.285	1.577.334	20,01
65	0,02466	0,11613	8.418	72.486	341.388	1.199.049	16,54
70	0,03746	0,17126	10.972	64.069	292.913	857.661	13,39
75	0,05714	0,24999	13.274	53.096	232.298	564.748	10,64
80	0,08480	0,34982	13.931	39.823	164.287	332.450	8,35
85	0,12673	0,48120	12.459	25.892	98.311	168.163	6,49
90	0,19230	1,00000	13.433	13.433	69.852	69.852	5,20
Mulheres							
Idade	nM_x	nq_x	nD_x	l_x	nL_x	T_x	e_x
0	0,01332	0,01316	1.316	100.000	98.802	7.878.373	78,78
1	0,00052	0,00208	205	98.684	394.224	7.779.571	78,83
5	0,00023	0,00114	113	98.479	492.113	7.385.347	74,99
10	0,00026	0,00129	126	98.366	491.516	6.893.234	70,08
15	0,00046	0,00232	227	98.240	490.631	6.401.718	65,16
20	0,00057	0,00285	279	98.012	489.364	5.911.087	60,31
25	0,00072	0,00357	349	97.733	487.793	5.421.723	55,47
30	0,00097	0,00483	470	97.384	485.746	4.933.929	50,66
35	0,00132	0,00656	636	96.914	482.982	4.448.184	45,90
40	0,00196	0,00975	939	96.279	479.046	3.965.202	41,18
45	0,00304	0,01508	1.437	95.340	473.106	3.486.156	36,57
50	0,00447	0,02210	2.075	93.902	464.325	3.013.050	32,09
55	0,00654	0,03219	2.956	91.827	451.746	2.548.725	27,76
60	0,00976	0,04763	4.233	88.871	433.773	2.096.979	23,60
65	0,01520	0,07323	6.198	84.638	407.697	1.663.205	19,65
70	0,02424	0,11427	8.963	78.440	369.794	1.255.509	16,01
75	0,03876	0,17668	12.276	69.477	316.698	885.714	12,75
80	0,06345	0,27382	15.663	57.202	246.851	569.017	9,95
85	0,10281	0,40894	16.987	41.538	165.226	322.166	7,76
90	0,15644	1,00000	24.552	24.552	156.940	156.940	6,39
Ambos os sexos							
Idade	nM_x	nq_x	nD_x	l_x	nL_x	T_x	e_x
0	0,01459	0,01440	1.440	100.000	98.694	7.514.335	75,14
1	0,00059	0,00235	231	98.560	393.662	7.415.641	75,24
5	0,00027	0,00134	132	98.329	491.314	7.021.979	71,41
10	0,00032	0,00162	159	98.197	490.587	6.530.665	66,51
15	0,00108	0,00540	530	98.038	488.865	6.040.078	61,61
20	0,00158	0,00787	767	97.508	485.624	5.551.213	56,93
25	0,00166	0,00827	800	96.741	481.705	5.065.589	52,36
30	0,00188	0,00934	896	95.941	477.464	4.583.884	47,78
35	0,00227	0,01129	1.073	95.045	472.541	4.106.420	43,21
40	0,00305	0,01515	1.424	93.972	466.299	3.633.878	38,67
45	0,00441	0,02180	2.017	92.548	457.695	3.167.580	34,23
50	0,00637	0,03136	2.839	90.530	445.554	2.709.884	29,93
55	0,00911	0,04456	3.907	87.691	428.688	2.264.330	25,82
60	0,01304	0,06314	5.291	83.784	405.693	1.835.642	21,91
65	0,01952	0,09306	7.304	78.493	374.206	1.429.948	18,22
70	0,03005	0,13974	9.948	71.189	331.076	1.055.742	14,83
75	0,04647	0,20817	12.748	61.241	274.336	724.666	11,83
80	0,07190	0,30473	14.777	48.493	205.521	450.330	9,29
85	0,11172	0,43666	14.722	33.715	131.772	244.809	7,26
90	0,16803	1,00000	18.993	18.993	113.037	113.037	5,95

Fonte: IBGE/Diretoria de Pesquisas. Coordenação de População e Indicadores Sociais. Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica. Projeção da população do Brasil e das Unidades da Federação, por sexo e idade.

Contudo, as tábuas completas de mortalidade utilizam a última idade como sendo o grupo aberto de 80 anos ou mais e não 90 anos ou mais. Logo é necessário transformar estas tábuas para idade limite de 80 anos ou mais. O processo de transformar uma tábua de 90 anos ou mais em uma de 80 anos e mais é bastante simples. É preciso obter a taxa central de mortalidade para a população de 80 anos ou mais.

$${}_nM_x = \frac{{}_nD_x}{{}_nL_x} \text{ e } M_{80ou+} = \frac{D_{80ou+}}{L_{80ou+}} \therefore M_{80ou+} = \frac{{}_5D_{80} + {}_5D_{85} + D_{90ou+}}{{}_5L_{80} + {}_5L_{85} + L_{90ou+}}$$

Tendo-se a taxa central de mortalidade de 80 anos ou mais e as anteriores (${}_nM_x$) é possível reconstruir a tábua abreviada de mortalidade por sexo e idade, através da transformação destas taxas em probabilidades de morte nas respectivas idades (${}_nq_x$)⁴. Obtida a tábua de mortalidade efetua-se o ajuste da hipérbole utilizando as três primeiras idades (Tabela 2).

Tabela 2 - Tábuas abreviadas de mortalidade por sexo e idade - Brasil - 2014

HOMENS							
Idade	${}_nM_x$	${}_nq_x$	l_x	${}_nD_x$	${}_nL_x$	T_x	e_x
0	0,0158	0,0156	100.000	1.558	98.578	7.156.446	71,56
1	0,0007	0,0026	98.442	256	393.158	7.057.867	71,70
5	0,0003	0,0015	98.187	152	490.554	6.664.709	67,88
10	0,0004	0,0019	98.035	191	489.697	6.174.155	62,98
15	0,0017	0,0084	97.844	818	487.173	5.684.458	58,10
20	0,0026	0,0128	97.025	1.239	482.030	5.197.285	53,57
25	0,0026	0,0129	95.787	1.237	475.840	4.715.255	49,23
30	0,0028	0,0139	94.549	1.310	469.472	4.239.415	44,84
35	0,0032	0,0161	93.240	1.498	462.452	3.769.943	40,43
40	0,0042	0,0207	91.741	1.898	453.962	3.307.491	36,05
45	0,0058	0,0288	89.844	2.586	442.754	2.853.528	31,76
50	0,0084	0,0411	87.258	3.589	427.316	2.410.774	27,63
55	0,0119	0,0579	83.669	4.846	406.227	1.983.458	23,71
60	0,0168	0,0804	78.822	6.340	378.262	1.577.231	20,01
65	0,0247	0,1161	72.483	8.418	341.368	1.198.969	16,54
70	0,0375	0,1713	64.064	10.972	292.893	857.601	13,39
75	0,0571	0,2500	53.093	13.273	232.282	564.709	10,64
80	0,1198	1,0000	39.820	39.820	332.427	332.427	8,35

Obtenção dos Parâmetros

C=	0,2139
A=	98109
B=	21387

Ajuste

Idade	l_x
0	100000
1	98442
2	98292
3	98235
4	98205
5	98187

$$l_x = \frac{Ax + B}{x + C}$$

MULHERES							
Idade	${}_nM_x$	${}_nq_x$	l_x	${}_nD_x$	${}_nL_x$	T_x	e_x
0	0,0133	0,0132	100.000	1.316	98.802	7.878.100	78,78
1	0,0005	0,0021	98.684	205	394.224	7.779.299	78,83
5	0,0002	0,0011	98.479	113	492.112	7.385.075	74,99
10	0,0003	0,0013	98.366	128	491.509	6.892.963	70,07
15	0,0005	0,0023	98.238	226	490.626	6.401.454	65,16
20	0,0006	0,0028	98.012	279	489.364	5.910.828	60,31
25	0,0007	0,0036	97.733	351	487.789	5.421.464	55,47
30	0,0010	0,0048	97.382	471	485.733	4.933.675	50,66
35	0,0013	0,0066	96.911	638	482.961	4.447.942	45,90
40	0,0020	0,0098	96.273	939	479.020	3.964.981	41,18
45	0,0030	0,0151	95.335	1.438	473.078	3.485.961	36,57
50	0,0045	0,0221	93.896	2.075	464.294	3.012.883	32,09
55	0,0065	0,0322	91.821	2.954	451.720	2.548.589	27,76
60	0,0098	0,0476	88.867	4.233	433.751	2.096.870	23,60
65	0,0152	0,0732	84.633	6.197	407.675	1.663.119	19,65
70	0,0242	0,1143	78.437	8.963	369.775	1.255.444	16,01
75	0,0388	0,1767	69.473	12.275	316.681	885.668	12,75
80	0,1005	1,0000	57.199	57.199	568.988	568.988	9,95

C=	0,2026
A=	98417
B=	20260

Ajuste

Idade	l_x
0	100000
1	98684
2	98563
3	98517
4	98494
5	98479

⁴ Estas tábuas foram construídas utilizando-se a planilha LTMXQXAD do pacote DAS (DEMOGRAPHIC ANALYSIS SPREADSHEETS) desenvolvido no CENTER FOR INTERNATIONAL RESEARCH do U.S. BUREAU OF THE CENSUS.

AMBOS OS SEXOS							Conclusão
Idade	${}_nM_x$	${}_nq_x$	l_x	${}_nD_x$	${}_nL_x$	T_x	e_x
0	0,0146	0,0144	100.000	1.440	98.694	7.514.496	75,14
1	0,0006	0,0024	98.560	232	393.660	7.415.801	75,24
5	0,0003	0,0013	98.328	133	491.307	7.022.142	71,42
10	0,0003	0,0016	98.195	157	490.583	6.530.834	66,51
15	0,0011	0,0054	98.038	528	488.871	6.040.251	61,61
20	0,0016	0,0079	97.510	767	485.633	5.551.380	56,93
25	0,0017	0,0083	96.743	800	481.715	5.065.748	52,36
30	0,0019	0,0094	95.943	898	477.472	4.584.033	47,78
35	0,0023	0,0113	95.046	1.073	472.546	4.106.561	43,21
40	0,0031	0,0151	93.973	1.422	466.309	3.634.014	38,67
45	0,0044	0,0218	92.551	2.018	457.707	3.167.706	34,23
50	0,0064	0,0314	90.532	2.838	445.565	2.709.998	29,93
55	0,0091	0,0445	87.694	3.906	428.706	2.264.433	25,82
60	0,0130	0,0631	83.788	5.291	405.716	1.835.727	21,91
65	0,0195	0,0931	78.498	7.305	374.227	1.430.012	18,22
70	0,0301	0,1398	71.193	9.949	331.092	1.055.785	14,83
75	0,0465	0,2082	61.244	12.749	274.346	724.693	11,83
80	0,1077	1,0000	48.495	48.495	450.347	450.347	9,29

C=	0,2101
A=	98258
B=	21009

Ajuste	
Idade	l_x
0	100000
1	98560
2	98423
3	98372
4	98344
5	98328

Fonte : Tábua de Mortalidade obtida da Tábua de 90 anos e mais.

O processo de transformar uma tábua abreviada de mortalidade de 90 anos ou mais para uma de 80 anos ou mais, produz diferenças mínimas em algumas idades que são observadas na terceira casa decimal. Efetuado o ajuste da hipérbole os resultados encontrados foram (Tabela 3 e Gráfico 1).

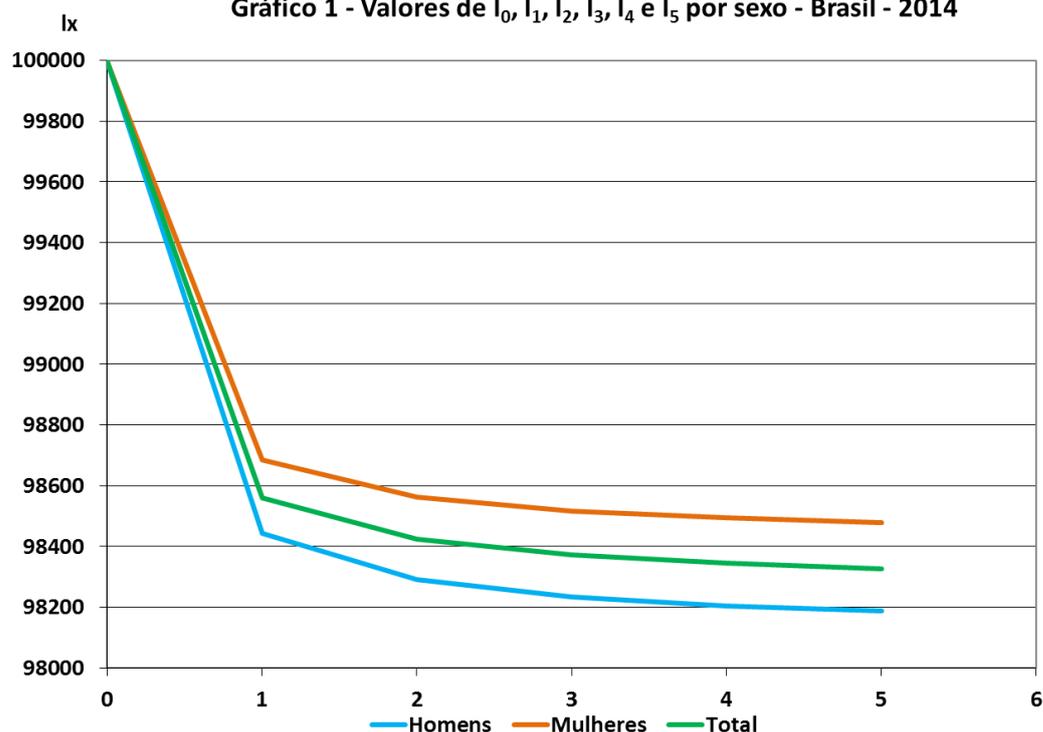
Tabela 3 - Valores observados e ajustados da função l_x e de ${}_nD_x$, por sexo, para os menores de 5 anos

x	l_x			${}_1D_x$		
	Homens	Mulheres	Total	Homens	Mulheres	Total
0	100.000	100.000	100.000	1.558	1.316	1.440
1	98.442	98.684	98.560	150	121	137
2	98.292	98.563	98.423	57	45	52
3	98.235	98.517	98.372	30	24	27
4	98.205	98.494	98.344	18	15	17
5	98.187	98.479	98.328			
Soma				1813	1521	1672
${}_1D_0 + {}_4D_1$				1813	1521	1672

Fonte: Valores de l_x provenientes do ajuste da hipérbole.

Deve-se lembrar de que a soma dos óbitos por idades individuais dos menores de 5 anos de idade deve reproduzir a soma dos óbitos de menores de 1 ano com os ocorridos no intervalo de 1 a 4 anos de idade.

Gráfico 1 - Valores de l_0, l_1, l_2, l_3, l_4 e l_5 por sexo - Brasil - 2014



Fonte: Resultados encontrados na tabela 3.

3. Abertura da mortalidade do intervalo de 5 a 79 anos de idade.

Para a abertura dos óbitos dos grupos etários quinquenais dos 5 anos até o grupo aberto foi utilizado um procedimento denominado de interpolação osculatória que trata-se de uma interpolação polinomial cujos coeficientes já são estimados e conhecidos. No caso presente foi utilizado os multiplicadores de Beers "Ordinário"⁵, que permitem obter valores intermediários a partir determinados pontos conhecidos. Este procedimento utiliza o grupo etário quinquenal que se deseja abrir em idades individuais, tendo como pontos de apoio os dois grupos etários quinquenais anteriores e posteriores, com exceção dois grupos de 5 a 9 e 10 a 14 anos. Este procedimento reproduz automaticamente os óbitos do correspondente grupo etário quinquenal da tábua abreviada de mortalidade.

Para os grupos de 70 a 74 e 75 a 79 anos faz-se necessário estimar dois pontos de apoio. Para o primeiro grupo quinquenal é preciso estimar o contingente de óbitos no intervalo de 80 a 84 anos. Já o número de óbitos para o grupo de 75 a 79 anos a perda é de dois grupos etários 80 a 84 anos e 85 a 89 anos. Para este objetivo a curva selecionada para obter as estimativas de óbitos destes dois grupos de idade foi a de Gompertz.

Vários fenômenos biológicos, físicos, químicos, etc. tem a característica comum de apresentarem uma evolução em que a taxa de variação, a partir de certo valor decresce, tendendo a zero. Assim, o comportamento destes fenômenos é lento a princípio, adquire certa velocidade de crescimento e a partir de certo ponto diminui a velocidade de crescimento e termina por anular-se completamente.

⁵ Beers. H.S. "Six-Term Formulas for Routine Actuarial Interpolation". Record of American Institute of Actuaries. 33(68) : 245-260. Part 11, Nov 1944.

SHRYOCK, Henry S. e SIEGEL, S. J. The methods and material of Demography. Washington: U. S. Government Printing Office, 1980.

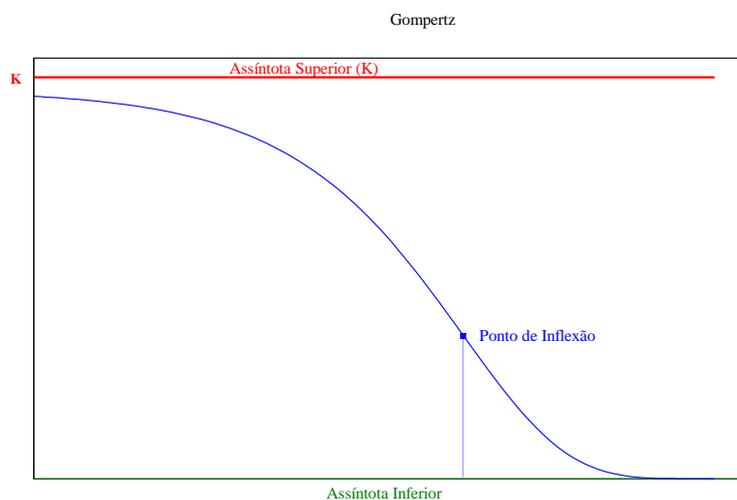
Todos os fenômenos que apresentam esta característica podem ser englobados na categoria geral de fenômenos de saturação, a sua evolução pode ser descrita por meio de curvas de saturação, entre as quais estão a logística, a curva de GOMPERTZ⁶, etc. A sobrevivência humana, isto é, a função de sobrevivência, l_x de uma tábua de mortalidade segue este comportamento. As primeiras utilizações da função de Gompertz na Demografia foram no estudo da mortalidade, principalmente na obtenção dos óbitos por idades individuais dos grupos finais a partir dos grupos quinquenais de idade de uma tábua de vida, incluindo o grupo aberto. Seu emprego para o ajuste da fecundidade acumulada por idade foi posterior ao da mortalidade.

A função de GOMPERTZ está definida originalmente pela expressão:

$$Y_x = K a^{b^x} \quad (1)$$

onde $Y_x = l_x$ (a função de sobrevivência) e K , a e b são parâmetros a determinar e x representa a idade. Sua forma é a seguinte (Gráfico 2):

Gráfico 2 – Comportamento da função de GOMPERTZ



Fonte: Dados Fictícios.

No caso acima (ser decrescente) $K > 0$, $0 < a < 1$ e $b > 1$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} Y_x = \lim_{x \rightarrow +\infty} K a^{b^x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} Y_x = \lim_{x \rightarrow -\infty} K a^{b^x} = K \left(a \right)^{\frac{1}{b^\infty}} = K * 1 = K$$

A solução clássica para determinar os parâmetros consiste em fazer passar a curva por 3 pontos equidistantes, que fornecem as seguintes coordenadas $P_1(x_0, Y_0)$, $P_2(x_1, Y_1)$ e $P_3(x_2, Y_2)$. Aplicando estes pontos em (1).

⁶ Gompertz, B. (1825). "On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies". *Philosophical Transactions of the Royal Society* **115**: 513–585. doi:10.1098/rstl.1825.0026

Makeham, W. M. (1860). "On the Law of Mortality and the Construction of Annuity Tables". *J. Inst. Actuaries and Assur. Mag.* **8**: 301–310.

SHRYOCK, Henry; SIEGEL, Jacob S. *The Methods and Materials of Demography*. U.S. Department of Commerce. Bureau of the Census. Washington, D.C., 1971. Pag. 382, 690.

Ou, para facilitar podemos fazer $x_0=0$, $x_1=1$ e $x_2=2$;

$$P_1(0, Y_0), P_2(1, Y_1) \text{ e } P_3(2, Y_2)$$

Aplicando-se logaritmo em (1), temos:

$$\ln Y_x = \ln K + b^x \ln a \quad (2)$$

Fazendo-se $\ln Y_x = Y$, $\ln K = K$ e $\ln a = A$, temos **$Y = K + A b^x$** (3)

Fazendo-se x assumir os valores 0, 1 e 2, temos:

$$\text{Para } x_0 = 0, \ln Y_0 = \ln K + b^0 \ln a \quad (4)$$

$$\text{Para } x_1 = 1, \ln Y_1 = \ln K + b^1 \ln a \quad (5)$$

$$\text{Para } x_2 = 2, \ln Y_2 = \ln K + b^2 \ln a \quad (6)$$

Subtraindo-se (6) de (5).

$$\ln Y_2 - \ln Y_1 = \ln K + b^2 \ln a - \ln K - b \ln a$$

$$\ln Y_2 - \ln Y_1 = b \ln a (b - 1) \quad (7)$$

Subtraindo-se (5) de (4).

$$\ln Y_1 - \ln Y_0 = \ln K - \ln K + b \ln a - \ln a$$

$$\ln Y_1 - \ln Y_0 = \ln a (b - 1) \quad (8)$$

Dividindo-se (7) por (8).

$$\frac{\ln Y_2 - \ln Y_1}{\ln Y_1 - \ln Y_0} = \frac{b \ln a (b - 1)}{\ln a (b - 1)} \quad \therefore$$

$$b = \frac{\ln Y_2 - \ln Y_1}{\ln Y_1 - \ln Y_0} \quad (9)$$

Substituindo-se o valor de b em (8), temos:

$$\begin{aligned} \ln Y_1 - \ln Y_0 &= \ln a(b-1) \\ \ln a &= \frac{\ln Y_1 - \ln Y_0}{b-1} = \frac{\ln Y_1 - \ln Y_0}{\left(\frac{\ln Y_2 - \ln Y_1}{\ln Y_1 - \ln Y_0} - 1\right)} = \\ &= \frac{\ln Y_1 - \ln Y_0}{\frac{\ln Y_2 - \ln Y_1 - \ln Y_1 + \ln Y_0}{\ln Y_1 - \ln Y_0}} \quad \therefore \\ \ln a &= \frac{(\ln Y_1 - \ln Y_0)^2}{\ln Y_2 - 2 \ln Y_1 + \ln Y_0} \quad (10) \end{aligned}$$

Tirando o valor de ln K em (4), temos:

$$\ln Y_0 = \ln K + \ln a \quad \therefore \ln K = \ln Y_0 - \ln a$$

$$\ln K = \ln Y_0 - \frac{(\ln Y_1)^2 - 2 \ln Y_1 \ln Y_0 + (\ln Y_0)^2}{\ln Y_2 - 2 \ln Y_1 + \ln Y_0} \quad \therefore$$

$$\ln K = \frac{\ln Y_0 \ln Y_2 - 2 \ln Y_1 \ln Y_0 + (\ln Y_0)^2 - (\ln Y_1)^2 + 2 \ln Y_1 \ln Y_0 - (\ln Y_0)^2}{\ln Y_2 - 2 \ln Y_1 + \ln Y_0}$$

$$\ln K = \frac{\ln Y_0 \ln Y_2 - (\ln Y_1)^2}{\ln Y_2 - 2 \ln Y_1 + \ln Y_0} \quad (11)$$

Se aplicarmos estas expressões (8), (9) e (10) para ajustarmos os valores da função de sobrevivência l_x para os valores de l_{70} , l_{75} e l_{80+} , que constam na Tabela 2, encontraremos os sobreviventes por idade simples a partir dos 70 anos e conseqüentemente os óbitos nestas idades. Para a população masculina o contingente de sobreviventes nestas idades seria:

$$\begin{aligned} Y_0 &= l_{70} = 64.064 \\ Y_1 &= l_{75} = 53.093 \\ Y_2 &= l_{80+} = 39.820 \end{aligned}$$

$$b = \frac{\ln Y_2 - \ln Y_1}{\ln Y_1 - \ln Y_0} = \frac{\ln(39.820) - \ln(53.093)}{\ln(53.093) - \ln(64.064)} = 1,531$$

$$A = \ln a = \frac{(\ln Y_1 - \ln Y_0)^2}{\ln Y_2 - 2 \ln Y_1 + \ln Y_0} = \frac{[\ln(53.093) - \ln(64.064)]^2}{\ln(39.820) - 2 \ln(53.093) + \ln(64.064)} = -0,354$$

$$K = \ln K = \frac{\ln Y_0 \ln Y_2 - (\ln Y_1)^2}{\ln Y_2 - 2 \ln Y_1 + \ln Y_0} = \frac{[\ln(64.064) \ln(39.820)] - [\ln(53.093)]^2}{\ln(39.820) - 2 \ln(53.093) + \ln(64.064)} = 11,421$$

Tendo sido obtidos os parâmetros para o ajuste da curva de Gompertz (1825) com objetivo de extrapolar a distribuição de óbitos para as estimativas dos grupos quinquenais a partir dos 80 anos de idade (80 a 84 anos e 85 a 89 anos), podemos aplica-los na função (3):

$$\ln Y_x = K + A b^x \quad \text{onde} \quad Y_x = l_x$$

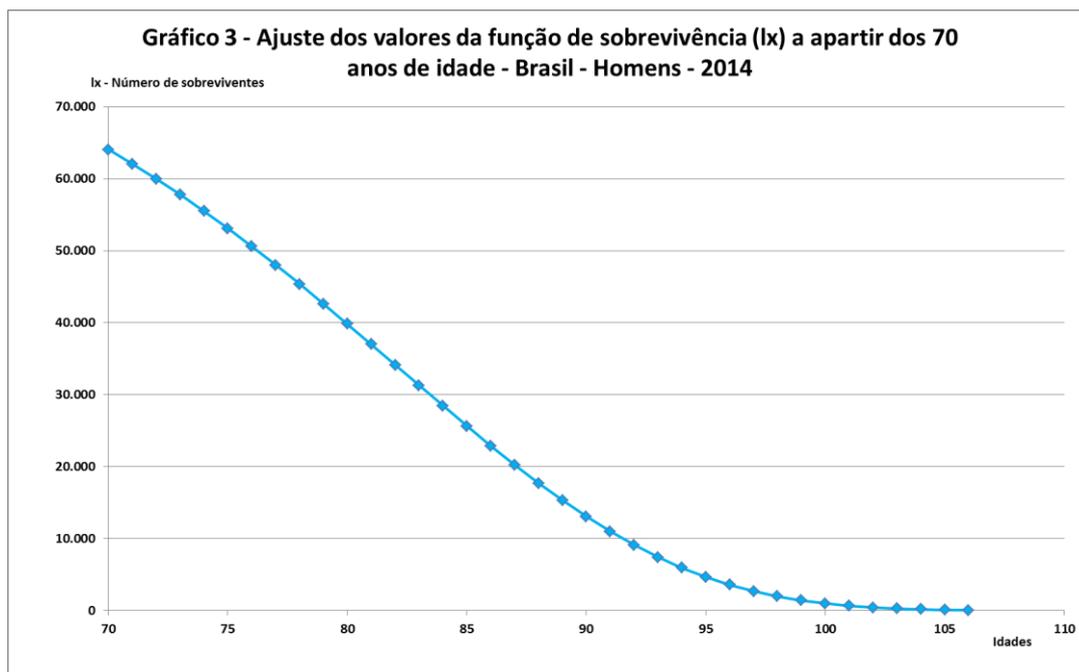
Os resultados estão apresentados na tabela 4 e gráfico 3 a seguir. Deve-se ter em mente que a soma dos óbitos por idades simples nos intervalos 70 a 74, 75 a 79 anos, devem reproduzir os óbitos nos grupos quinquenais que constam na tábua abreviada de mortalidade. Apesar de não ser necessário para a estimativa do número de óbitos nos grupos de 80 a 84 anos e de 85 a 89 anos de idade, este ajuste é estendido até a idade em que a soma dos óbitos a partir dos 80 anos reconstitua o contingente de óbitos no grupo aberto da tábua abreviada de mortalidade (80 anos ou mais), que nesse caso foi a idade de 106 anos para a população masculina.

Tabela 4 - Ajustamento da função de Gompertz a função l_x -
Homens - Brasil - 2014

Idades	x	$\ln(l_x) = \ln(Y_x)$	$l_x = e^{\ln(l_x)}$	D_x	${}_5D_x$
70	0	11,0676	64.064	1.984	10.972
71	0,2	11,0362	62.081	2.090	
72	0,4	11,0019	59.990	2.196	
73	0,6	10,9646	57.794	2.300	
74	0,8	10,9240	55.494	2.401	
75	1	10,8798	53.093	2.497	13.273
76	1,2	10,8316	50.596	2.585	
77	1,4	10,7792	48.011	2.665	
78	1,6	10,7221	45.345	2.735	
79	1,8	10,6599	42.611	2.791	
80	2	10,5921	39.820	2.831	14.188
81	2,2	10,5184	36.989	2.855	
82	2,4	10,4380	34.134	2.859	
83	2,6	10,3506	31.275	2.841	
84	2,8	10,2553	28.434	2.801	
85	3	10,1516	25.632	2.738	12.576
86	3,2	10,0387	22.894	2.650	
87	3,4	9,9156	20.245	2.538	
88	3,6	9,7817	17.707	2.403	
89	3,8	9,6358	15.304	2.248	
90	4	9,4770	13.056	2.074	
91	4,2	9,3040	10.982	1.885	
92	4,4	9,1157	9.097	1.687	
93	4,6	8,9105	7.410	1.483	
94	4,8	8,6872	5.926	1.280	
95	5	8,4439	4.647	1.081	
96	5,2	8,1791	3.565	893	
97	5,4	7,8906	2.672	720	
98	5,6	7,5765	1.952	565	
99	5,8	7,2344	1.386	431	
100	6	6,8619	955	319	
101	6,2	6,4563	637	227	
102	6,4	6,0146	409	156	
103	6,6	5,5336	253	103	
104	6,8	5,0098	150	65	
105	7	4,4393	85	39	
106	7,2	3,8182	46	46	
80 ou +			39.820		

Fonte: Valores resultantes da aplicação da função de Gompertz

$D_{80 \text{ ou } +}$ da tábua abreviada de mortalidade (Tabela 2) é igual ao $D_{80 \text{ ou } +}$ do processo de ajuste utilizando-se a função de Gompertz (Tabela 4) para obtenção dos óbitos por idades simples. Da mesma forma a soma das idades simples entre as idades 70 a 74, 75 a 79 anos deve reproduzir os óbitos destes mesmos grupos na tábua abreviada de mortalidade.



Fonte : Valores obtidos na Tabela 4.

Tendo sido obtidos os valores de ${}_5D_{80} = 14.188$ e ${}_5D_{85} = 12.576$ completam-se os dados necessários para transformar os quantitativos de óbitos por grupos quinquenais em óbitos por idades individuais. Sendo que ${}_5D_{80}$ serve como ponto de apoio para a abertura do grupo de 70 a 74 anos, ${}_5D_{80}$ e ${}_5D_{85}$ servem de ponto de apoio para a abertura do grupo de 75 a 79 anos. A tabela 5 apresenta o processo de abertura de todos os grupos quinquenais de idade, a partir do grupo de 5 a 9 anos até o grupo de 75 a 79 anos, utilizando-se os multiplicadores de Beers⁷.

Deve-se observar que a abertura do grupo de 5 a 9 anos utiliza os quatro grupos quinquenais posteriores, pois o único grupo anterior seria o de 0 a 4 anos que foi aberto utilizando-se a expressão analítica da hipérbole, já que seu comportamento é distinto dos demais, decresce rapidamente entre o primeiro ano e segundo ano de vida. Para a abertura do grupo de 10 a 14 anos, utilizamos um grupo anterior, o de 5 a 9 anos. Para os demais a abertura de um respectivo grupo, utiliza os dois grupos anteriores e os dois posteriores.

⁷ Beers, H.S. "Six-Term Formulas for Routine Actuarial Interpolation". Record of American Institute of Actuaries. 33(68) : 245-260. Part 11, Nov 1944.

SHRYOCK, Henry; SIEGEL, Jacob S. *The Methods and Materials of Demography*. U.S. Department of Commerce. Bureau of the Census. Washington, D.C., 1971. Pag. 699.

Tabela 5 – Abertura do número de óbitos dos grupos quinquenais para idade simples utilizando-se o método dos multiplicadores de Beers “Ordinário” – Brasil – Total, Homens e Mulheres.

HOMENS							Continua
ABERTURA DOS GRUPOS QUINQUENAIS EM INDIVIDUAIS (ÓBITOS)							
5 a 9 anos	5 a 9	10 a 14	15 a 19	20 a 24	25 a 29	TOTAL	
Óbitos	152	191	818	1239	1237		
Idades							
Individuais							
5	0,3333	-0,1636	-0,0210	0,0796	-0,0283	66	
6	0,2595	-0,0780	0,0130	0,0100	-0,0045	42	
7	0,1924	0,0064	0,0184	-0,0256	0,0084	24	
8	0,1329	0,0844	0,0054	-0,0356	0,0129	13	
9	0,0819	0,1508	-0,0158	-0,0284	0,0115	7	
Soma						152	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	
10 a 14 anos	5 a 9	10 a 14	15 a 19	20 a 24	25 a 29		
10	0,0404	0,2000	-0,0344	-0,0128	0,0068	9	
11	0,0093	0,2268	-0,0402	0,0028	0,0013	17	
12	-0,0108	0,2272	-0,0248	0,0112	-0,0028	32	
13	-0,0198	0,1992	0,0172	0,0072	-0,0038	53	
14	-0,0191	0,1468	0,0822	-0,0084	-0,0015	80	
Soma						191	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	
15 a 19 anos	5 a 9	10 a 14	15 a 19	20 a 24	25 a 29		
Óbitos	152	191	818	1239	1237		
15	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	110	
16	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	141	
17	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	168	
18	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	191	
19	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	209	
Soma						818	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	
20 a 24 anos	10 a 14	15 a 19	20 a 24	25 a 29	30 a 34		
Óbitos	191	818	1239	1237	1310		
20	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	226	
21	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	244	
22	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	255	
23	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	258	
24	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	256	
Soma						1239	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	
25 a 29 anos	15 a 19	20 a 24	25 a 29	30 a 34	35 a 39		
Óbitos	818	1239	1237	1310	1498		
25	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	251	
26	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	247	
27	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	245	
28	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	245	
29	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	249	
Soma						1237	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	

MULHERES							Continua
ABERTURA DOS GRUPOS QUINQUENAIS EM INDIVIDUAIS (ÓBITOS)							
5 a 9 anos	5 a 9	10 a 14	15 a 19	20 a 24	25 a 29	TOTAL	
Óbitos	113	128	226	279	351		
Idades							
Individuais							
5	0,3333	-0,1636	-0,0210	0,0796	-0,0283	24	
6	0,2595	-0,0780	0,0130	0,0100	-0,0045	24	
7	0,1924	0,0064	0,0184	-0,0256	0,0084	23	
8	0,1329	0,0844	0,0054	-0,0356	0,0129	22	
9	0,0819	0,1508	-0,0158	-0,0284	0,0115	21	
Soma						113	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	
10 a 14 anos	5 a 9	10 a 14	15 a 19	20 a 24	25 a 29		
10	0,0404	0,2000	-0,0344	-0,0128	0,0068	21	
11	0,0093	0,2268	-0,0402	0,0028	0,0013	22	
12	-0,0108	0,2272	-0,0248	0,0112	-0,0028	24	
13	-0,0198	0,1992	0,0172	0,0072	-0,0038	28	
14	-0,0191	0,1468	0,0822	-0,0084	-0,0015	32	
Soma						128	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	
15 a 19 anos	5 a 9	10 a 14	15 a 19	20 a 24	25 a 29		
Óbitos	113	128	226	279	351		
15	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	37	
16	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	42	
17	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	46	
18	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	49	
19	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	50	
Soma						226	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	
20 a 24 anos	10 a 14	15 a 19	20 a 24	25 a 29	30 a 34		
Óbitos	128	226	279	351	471		
20	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	52	
21	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	54	
22	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	55	
23	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	58	
24	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	60	
Soma						279	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	
25 a 29 anos	15 a 19	20 a 24	25 a 29	30 a 34	35 a 39		
Óbitos	226	279	351	471	638		
25	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	63	
26	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	66	
27	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	70	
28	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	74	
29	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	78	
Soma						351	
Diferença = Total - Soma dos abertos						0	

HOMENS						Continua
30 a 34 anos	20 a 24	25 a 29	30 a 34	35 a 39	40 a 44	
Óbitos	1239	1237	1310	1498	1898	
30	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	253
31	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	257
32	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	261
33	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	266
34	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	272
Soma						1310
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
35 a 39 anos	25 a 29	30 a 34	35 a 39	40 a 44	45 a 49	
Óbitos	1237	1310	1498	1898	2586	
35	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	279
36	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	288
37	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	298
38	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	310
39	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	324
Soma						1498
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
40 a 44 anos	30 a 34	35 a 39	40 a 44	45 a 49	50 a 54	
Óbitos	1310	1498	1898	2586	3589	
40	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	339
41	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	357
42	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	377
43	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	400
44	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	425
Soma						1898
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
45 A 49 anos	35 a 39	40 a 44	45 a 49	50 a 54	55 a 59	
Óbitos	1498	1898	2586	3589	4846	
45	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	452
46	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	482
47	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	514
48	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	550
49	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	588
Soma						2586
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
50 A 54 anos	40 a 44	45 a 49	50 a 54	55 a 59	60 a 64	
Óbitos	1898	2586	3589	4846	6340	
50	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	629
51	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	671
52	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	716
53	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	762
54	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	811
Soma						3589
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

MULHERES						Continua
30 a 34 anos	20 a 24	25 a 29	30 a 34	35 a 39	40 a 44	
Óbitos	279	351	471	638	939	
30	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	83
31	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	89
32	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	94
33	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	100
34	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	105
Soma						471
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
35 a 39 anos	25 a 29	30 a 34	35 a 39	40 a 44	45 a 49	
Óbitos	351	471	638	939	1438	
35	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	111
36	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	118
37	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	126
38	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	136
39	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	146
Soma						638
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
40 a 44 anos	30 a 34	35 a 39	40 a 44	45 a 49	50 a 54	
Óbitos	471	638	939	1438	2075	
40	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	158
41	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	171
42	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	186
43	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	203
44	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	222
Soma						939
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
45 A 49 anos	35 a 39	40 a 44	45 a 49	50 a 54	55 a 59	
Óbitos	638	939	1438	2075	2954	
45	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	243
46	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	265
47	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	287
48	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	310
49	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	333
Soma						1438
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
50 A 54 anos	40 a 44	45 a 49	50 a 54	55 a 59	60 a 64	
Óbitos	939	1438	2075	2954	4233	
50	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	358
51	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	385
52	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	413
53	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	443
54	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	476
Soma						2075
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

HOMENS						Conclusão
55 A 59 anos	45 a 49	50 a 54	55 a 59	60 a 64	65 a 69	
Óbitos	2586	3589	4846	6340	8418	
55	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	862
56	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	915
57	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	969
58	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	1023
59	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	1077
Soma						4846
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

60 A 64 anos	50 a 54	55 a 59	60 a 64	65 a 69	70 a 74	
Óbitos	3589	4846	6340	8418	10972	
60	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	1134
61	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	1194
62	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	1261
63	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	1335
64	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	1416
Soma						6340
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

65 A 69 anos	55 a 59	60 a 64	65 a 69	70 a 74	75 a 79	
Óbitos	4846	6340	8418	10972	13273	
65	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	1499
66	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	1584
67	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	1677
68	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	1776
69	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	1882
Soma						8418
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

70 A 74 anos	60 a 64	65 a 69	70 a 74	75 a 79	80 a 84 (Estimado)	
Óbitos	6340	8418	10972	13273	14188	
70	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	1987
71	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	2090
72	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	2194
73	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	2299
74	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	2402
Soma						10972
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

75 A 79 anos	65 a 69	70 a 74	75 a 79	80 a 84 (Estimado)	85 a 89 (Estimado)	
Óbitos	8418	10972	13273	14188	12576	
75	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	2498
76	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	2587
77	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	2666
78	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	2733
79	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	2788
Soma						13273
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

MULHERES						Conclusão
55 A 59 anos	45 a 49	50 a 54	55 a 59	60 a 64	65 a 69	
Óbitos	1438	2075	2954	4233	6197	
55	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	510
56	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	548
57	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	588
58	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	631
59	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	677
Soma						2954
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

60 A 64 anos	50 a 54	55 a 59	60 a 64	65 a 69	70 a 74	
Óbitos	2075	2954	4233	6197	8963	
60	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	726
61	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	780
62	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	840
63	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	907
64	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	980
Soma						4233
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

65 A 69 anos	55 a 59	60 a 64	65 a 69	70 a 74	75 a 79	
Óbitos	2954	4233	6197	8963	12275	
65	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	1057
66	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	1140
67	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	1231
68	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	1331
69	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	1438
Soma						6197
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

70 A 74 anos	60 a 64	65 a 69	70 a 74	75 a 79	80 a 84 (Estimado)	
Óbitos	4233	6197	8963	12275	15308	
70	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	1549
71	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	1663
72	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	1785
73	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	1915
74	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	2050
Soma						8963
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

75 A 79 anos	65 a 69	70 a 74	75 a 79	80 a 84 (Estimado)	85 a 89 (Estimado)	
Óbitos	6197	8963	12275	15308	16457	
75	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	2185
76	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	2318
77	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	2453
78	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	2591
79	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	2727
Soma						12275
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

Fonte: Aplicação da metodologia de Beers.

AMBOS OS SEXOS

Continua

ABERTURA DOS GRUPOS QUINQUENAIS EM INDIVIDUAIS (ÓBITOS)						
	5 a 9	10 a 14	15 a 19	20 a 24	25 a 29	TOTAL
5 a 9 anos						
Óbitos	133	157	528	767	800	
Idades						
Individuais						
5	0,3333	-0,1636	-0,0210	0,0796	-0,0283	46
6	0,2595	-0,0780	0,0130	0,0100	-0,0045	33
7	0,1924	0,0064	0,0184	-0,0256	0,0084	23
8	0,1329	0,0844	0,0054	-0,0356	0,0129	17
9	0,0819	0,1508	-0,0158	-0,0284	0,0115	14
Soma						133
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
10 a 14 anos						
10	0,0404	0,2000	-0,0344	-0,0128	0,0068	14
11	0,0093	0,2268	-0,0402	0,0028	0,0013	19
12	-0,0108	0,2272	-0,0248	0,0112	-0,0028	27
13	-0,0198	0,1992	0,0172	0,0072	-0,0038	40
14	-0,0191	0,1468	0,0822	-0,0084	-0,0015	56
Soma						157
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
15 a 19 anos						
Óbitos	133	157	528	767	800	
15	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	74
16	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	93
17	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	109
18	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	121
19	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	131
Soma						528
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
20 a 24 anos						
Óbitos	157	528	767	800	898	
20	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	141
21	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	150
22	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	157
23	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	160
24	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	160
Soma						767
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
25 a 29 anos						
Óbitos	528	767	800	898	1073	
25	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	158
26	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	158
27	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	158
28	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	161
29	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	165
Soma						800
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

AMBOS OS SEXOS

Continua

30 a 34 anos	20 a 24	25 a 29	30 a 34	35 a 39	40 a 44	
Óbitos	767	800	898	1073	1422	
30	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	170
31	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	174
32	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	179
33	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	184
34	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	190
Soma						898
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
35 a 39 anos	25 a 29	30 a 34	35 a 39	40 a 44	45 a 49	
Óbitos	800	898	1073	1422	2018	
35	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	196
36	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	204
37	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	213
38	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	224
39	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	236
Soma						1073
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
40 a 44 anos	30 a 34	35 a 39	40 a 44	45 a 49	50 a 54	
Óbitos	898	1073	1422	2018	2838	
40	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	249
41	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	265
42	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	282
43	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	302
44	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	324
Soma						1422
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
45 A 49 anos	35 a 39	40 a 44	45 a 49	50 a 54	55 a 59	
Óbitos	1073	1422	2018	2838	3906	
45	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	349
46	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	375
47	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	402
48	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	431
49	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	462
Soma						2018
Diferença = Total - Soma dos abertos						0
50 A 54 anos	40 a 44	45 a 49	50 a 54	55 a 59	60 a 64	
Óbitos	1422	2018	2838	3906	5291	
50	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	495
51	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	529
52	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	566
53	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	604
54	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	644
Soma						2838
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

AMBOS OS SEXOS

Conclusão

55 A 59 anos	45 a 49	50 a 54	55 a 59	60 a 64	65 a 69	
Óbitos	2018	2838	3906	5291	7305	
55	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	687
56	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	733
57	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	780
58	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	828
59	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	878
Soma						3906
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

60 A 64 anos	50 a 54	55 a 59	60 a 64	65 a 69	70 a 74	
Óbitos	2838	3906	5291	7305	9949	
60	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	931
61	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	988
62	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	1052
63	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	1122
64	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	1198
Soma						5291
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

65 A 69 anos	55 a 59	60 a 64	65 a 69	70 a 74	75 a 79	
Óbitos	3906	5291	7305	9949	12749	
65	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	1278
66	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	1362
67	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	1454
68	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	1553
69	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	1658
Soma						7305
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

70 A 74 anos	60 a 64	65 a 69	70 a 74	75 a 79	80 a 84 (Estimado)	
Óbitos	5291	7305	9949	12749	14725	
70	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	1765
71	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	1874
72	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	1986
73	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	2103
74	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	2222
Soma						9949
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

75 A 79 anos	65 a 69	70 a 74	75 a 79	80 a 84 (Estimado)	85 a 89 (Estimado)	
Óbitos	7305	9949	12749	14725	14502	
75	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	2337
76	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	2447
77	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	2554
78	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	2657
79	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	2753
Soma						12749
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

Fonte: Aplicação da metodologia de Beers

Neste ponto pode surgir um questionamento. Porque obter os grupos de 80 a 84 e 85 a 89 anos de idade que servem de pontos de apoio para a abertura dos dois últimos grupos quinquenais, utilizando-se a função de Gompertz, e não os já existentes na tábua abreviada de mortalidade que vai até o grupo aberto de 90 anos ou mais? A explicação para este fato é que até o Censo Demográfico 2010 as tábuas construídas eram construídas até o grupo de 80 anos ou mais, e 90 anos ou mais. Todas as tábuas completas de mortalidade tinham como ponto de partida uma tábua abreviada de mortalidade cujo último grupo de idade era o de 80 anos ou mais. A partir do momento que a tábua construída que vai até 90 ou mais é transformada em 80 ou mais, a primeira deixa de existir. Para manter coerência com as demais tábuas de mortalidade já publicadas, em termos de procedimentos utilizados, optou-se por manter a obtenção do número de óbitos nestes dois grupos de idade através da função de Gompertz. Mesmo que os pontos de apoio viessem da tábua de 90 anos ou mais, eles não modificariam o total de óbitos nos grupos de 70 a 74 anos e 75 a 79 anos, e sim a distribuição deles por idade simples, mais com diferenças muito pequenas, como pode ser visto nas tabelas 6 e 7.

Tabela 6 - Abertura do número de óbitos dos grupos quinquenais de 70 a 74 anos e 75 a 79 anos utilizando-se os provenientes da tábua de mortalidade cujo grupo aberto é de 90 anos e mais. Brasil - Homens - 2014

70 A 74 anos	60 a 64	65 a 69	70 a 74	75 a 79	80 a 84 (TV90+)	
Óbitos	6340	8418	10972	13273	13931	
70	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	1986
71	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	2088
72	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	2193
73	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	2300
74	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	2405
Soma						10972
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

75 A 79 anos	65 a 69	70 a 74	75 a 79	80 a 84 (TV90+)	85 a 89 (TV90+)	
Óbitos	8418	10972	13273	13931	12459	
75	-0,0117	0,0804	0,1570	-0,0284	0,0027	2505
76	-0,0020	0,0160	0,2200	-0,0400	0,0060	2596
77	0,0050	-0,0280	0,2460	-0,0280	0,0050	2672
78	0,0060	-0,0400	0,2200	0,0160	-0,0020	2730
79	0,0027	-0,0284	0,1570	0,0804	-0,0117	2769
Soma						13273
Diferença = Total - Soma dos abertos						0

Fonte: Dados Anteriores

Tabela 7 - Número de óbitos por idade simples no intervalo de 70 a 79 anos utilizando-se a Gompertz e os grupos da tábua de mortalidade de 90 anos ou mais - Brasil - Homens - 2014

Idades	Com os grupos 80 a 84 e 85 a 89 vindos da Gompertz	Com os grupos 80 a 84 e 85 a 89 vindos da TV90+	Diferenças - (Gompertz - TV90+)
70	1987	1986	1
71	2090	2088	2
72	2194	2193	1
73	2299	2300	-1
74	2402	2405	-3
75	2498	2505	-7
76	2587	2596	-10
77	2666	2672	-7
78	2733	2730	4
79	2788	2769	19

Fonte: Dados Anteriores

Uma vez obtidos os óbitos por idade e fixando-se l_0 igual a 100.000 nascimentos é possível por diferença obter os sobreviventes em todas as idades e conseqüentemente todas as demais funções da tábua de mortalidade (Tabela 8).

Tabela 8 - Tábua Completa de Mortalidade - Brasil - Homens - 2014

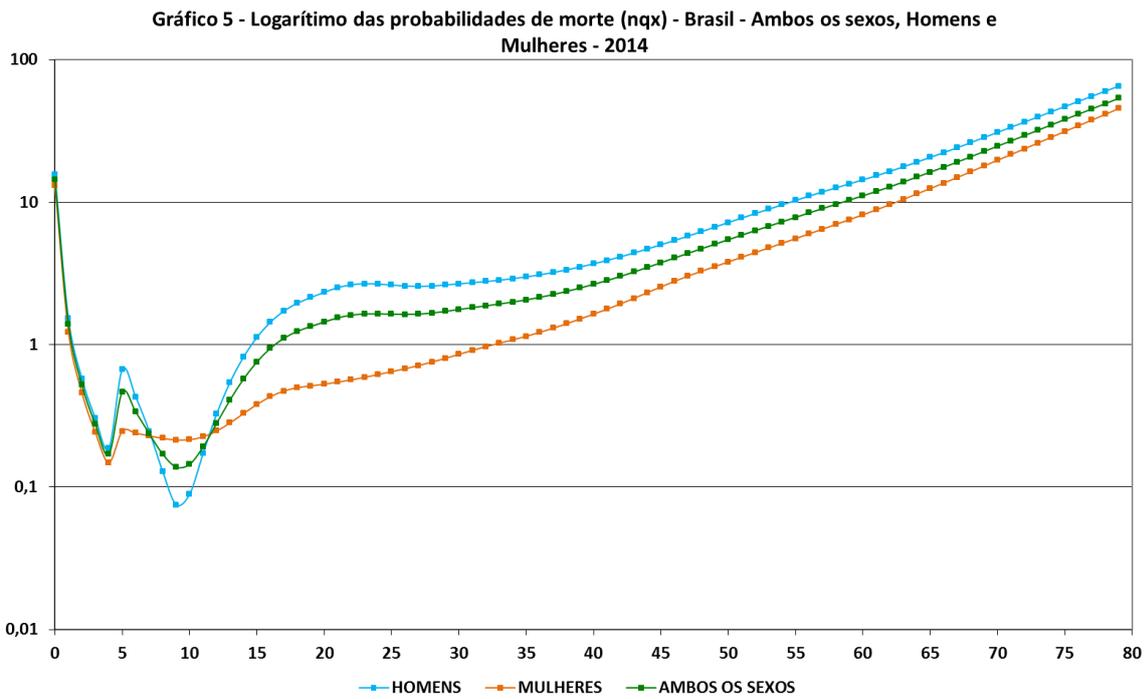
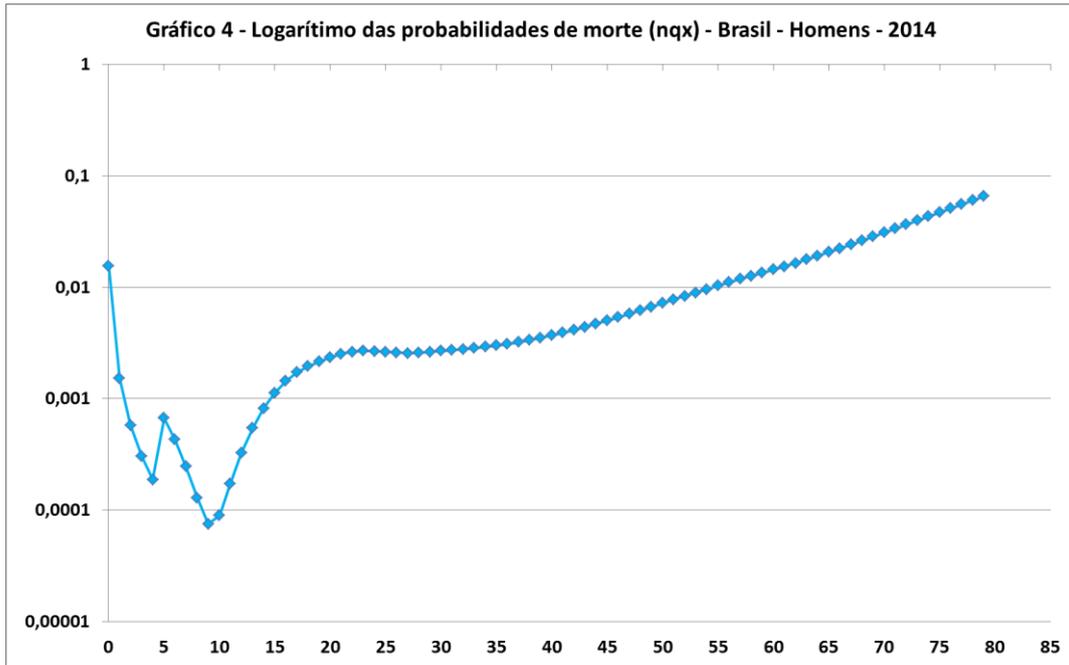
Continua

Idade	nD_x	l_x	nq_x	nL_x	T_x	e_x
0	1558	100000	15,58	98.578	7.161.816	71,6
1	150	98442	1,53	98.367	7.063.238	71,7
2	57	98292	0,58	98.264	6.964.870	70,9
3	30	98235	0,30	98.220	6.866.607	69,9
4	18	98205	0,19	98.196	6.768.386	68,9
5	66	98187	0,67	98.154	6.670.190	67,9
6	42	98121	0,43	98.100	6.572.036	67,0
7	24	98079	0,25	98.067	6.473.936	66,0
8	13	98055	0,13	98.049	6.375.869	65,0
9	7	98042	0,08	98.039	6.277.821	64,0
10	9	98035	0,09	98.030	6.179.782	63,0
11	17	98026	0,17	98.018	6.081.752	62,0
12	32	98009	0,33	97.993	5.983.734	61,1
13	53	97977	0,54	97.951	5.885.741	60,1
14	80	97924	0,82	97.884	5.787.790	59,1
15	110	97844	1,13	97.789	5.689.906	58,2
16	141	97734	1,44	97.663	5.592.118	57,2
17	168	97593	1,72	97.509	5.494.454	56,3
18	191	97425	1,96	97.329	5.396.946	55,4
19	209	97234	2,15	97.130	5.299.616	54,5
20	226	97025	2,33	96.912	5.202.487	53,6
21	244	96799	2,52	96.677	5.105.574	52,7
22	255	96555	2,64	96.428	5.008.897	51,9
23	258	96301	2,68	96.172	4.912.469	51,0
24	256	96042	2,66	95.915	4.816.298	50,1
25	251	95787	2,62	95.661	4.720.383	49,3
26	247	95535	2,59	95.412	4.624.722	48,4
27	245	95289	2,57	95.166	4.529.310	47,5
28	245	95044	2,58	94.921	4.434.144	46,7
29	249	94798	2,63	94.674	4.339.223	45,8
30	253	94549	2,68	94.423	4.244.549	44,9
31	257	94296	2,72	94.168	4.150.126	44,0
32	261	94039	2,78	93.909	4.055.958	43,1
33	266	93778	2,84	93.645	3.962.050	42,2
34	272	93512	2,91	93.376	3.868.405	41,4
35	279	93240	2,99	93.100	3.775.029	40,5
36	288	92960	3,10	92.817	3.681.929	39,6
37	298	92673	3,21	92.524	3.589.113	38,7
38	310	92375	3,35	92.220	3.496.589	37,9
39	324	92065	3,52	91.903	3.404.369	37,0
40	339	91741	3,70	91.572	3.312.466	36,1

Tabela 8 - Tábua Completa de Mortalidade - Brasil - Homens - 2014

Idade	nD_x	l_x	nq_x	nL_x	Conclusão	
					T_x	e_x
41	357	91402	3,91	91223	3220894	35,2
42	377	91045	4,14	90857	3129671	34,4
43	400	90668	4,41	90468	3038814	33,5
44	425	90268	4,71	90056	2948346	32,7
45	452	89844	5,03	89618	2858290	31,8
46	482	89392	5,39	89151	2768672	31,0
47	514	88910	5,78	88653	2679522	30,1
48	550	88396	6,22	88121	2590869	29,3
49	588	87846	6,69	87552	2502748	28,5
50	629	87258	7,21	86944	2415196	27,7
51	671	86629	7,75	86294	2328253	26,9
52	716	85958	8,33	85600	2241959	26,1
53	762	85242	8,95	84860	2156359	25,3
54	811	84479	9,60	84074	2071499	24,5
55	862	83669	10,30	83238	1987425	23,8
56	915	82807	11,05	82349	1904187	23,0
57	969	81891	11,84	81407	1821838	22,2
58	1023	80922	12,64	80411	1740432	21,5
59	1077	79899	13,48	79361	1660021	20,8
60	1134	78822	14,38	78255	1580660	20,1
61	1194	77689	15,37	77092	1502405	19,3
62	1261	76495	16,48	75864	1425313	18,6
63	1335	75234	17,75	74566	1349449	17,9
64	1416	73898	19,16	73190	1274883	17,3
65	1499	72483	20,68	71733	1201693	16,6
66	1584	70984	22,32	70191	1129959	15,9
67	1677	69399	24,16	68561	1059768	15,3
68	1776	67722	26,23	66834	991207	14,6
69	1882	65946	28,53	65005	924373	14,0
70	1987	64064	31,01	63071	859368	13,4
71	2090	62078	33,67	61033	796297	12,8
72	2194	59988	36,58	58891	735264	12,3
73	2299	57793	39,78	56644	676373	11,7
74	2402	55494	43,28	54294	619729	11,2
75	2498	53093	47,06	51843	565436	10,6
76	2587	50594	51,12	49301	513592	10,2
77	2666	48008	55,52	46675	464291	9,7
78	2733	45342	60,29	43975	417616	9,2
79	2788	42609	65,44	41214	373641	8,8
80	39820	39820	1000,00	332427	332427	8,3

Ao plotarmos as taxas centrais de mortalidade segundo as idades, em escala logarítmica, observa-se uma descontinuidade de tendência, entre os 5 e 10 anos de idade, justamente na junção dos dois procedimentos utilizados para a abertura dos grupos de idades quinquenais em idades simples, são eles: o ajuste da hipérbole para as idades menores de cinco anos e os multiplicadores de Beers para as idades acima de cinco anos (Gráficos 4 e 5).

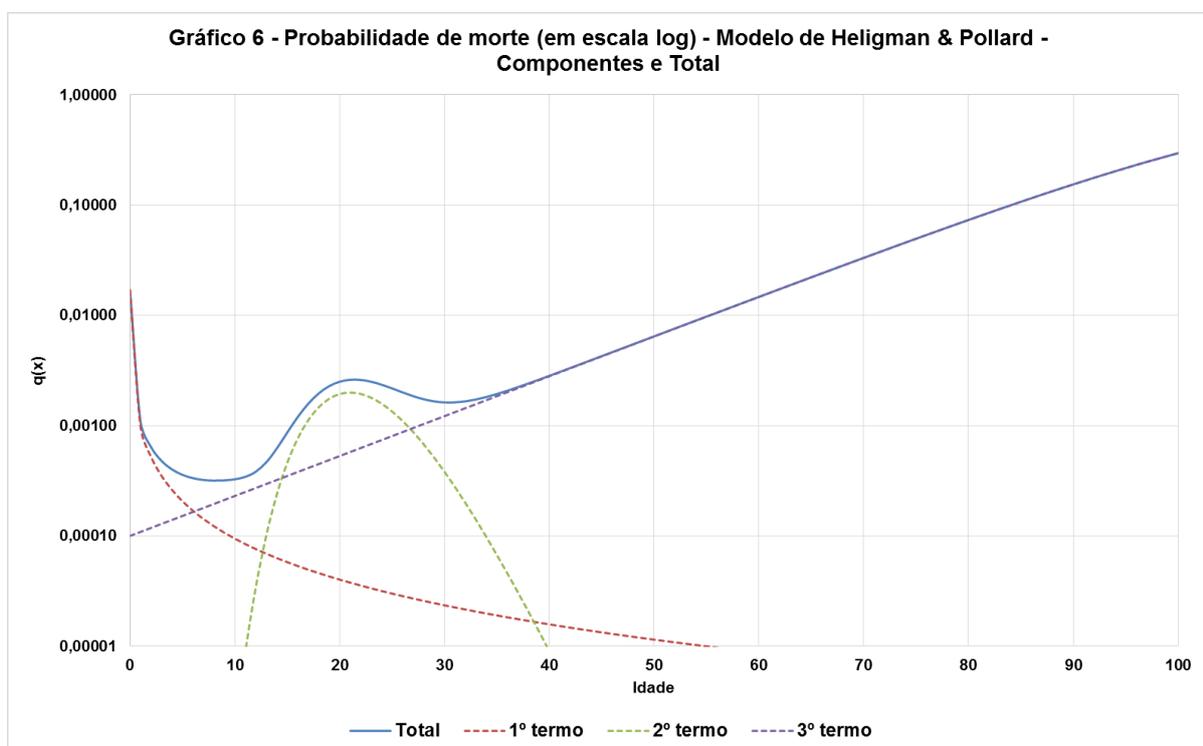


Este problema é contornado ajustando uma parte do polinômio do modelo de oito parâmetros proposto por Heligman e Pollard (1980) de oito parâmetros que descreve a curva de mortalidade em todas as idades. Sua formulação apresenta a razão de mortalidade como uma função paramétrica da idade x (HIGGINS, 2003).

$$\frac{q(x)}{p(x)} = A^{(x+B)^C} + De^{-E(\ln x - \ln F)^2} + GH^x$$

Cada termo, no modelo de Heligman e Pollard, representa um componente distinto da mortalidade: O primeiro termo representa a queda na mortalidade durante os primeiros anos da vida, tentando refletir como a criança se adapta ao seu novo ambiente e adquire imunidade às doenças existentes no mundo exterior. O segundo termo reflete a mortalidade por causas externas para homens e mulheres e a mortalidade materna para as mulheres. E, o terceiro termo na fórmula, conhecido como a exponencial de Gompertz, descreve o comportamento do aumento da mortalidade em função da idade.

Cada um dos parâmetros está relacionado a diferentes variáveis que impactam no nível e padrão de mortalidade. No primeiro termo, relacionado à queda da mortalidade no início da vida, A representa o nível geral de mortalidade na infantil, B representa a diferença entre as probabilidades q_0 e q_1 e C a taxa de declínio da mortalidade. No segundo termo, associado às causas externas, D mede a magnitude dessa mortalidade, E o seu espalhamento e F a alocação ou a sua idade modal. No último termo, o parâmetro G reflete o nível de mortalidade senescente ao nascer e H a taxa de crescimento da mortalidade senescente por intervalo de idade (Gráfico 6).

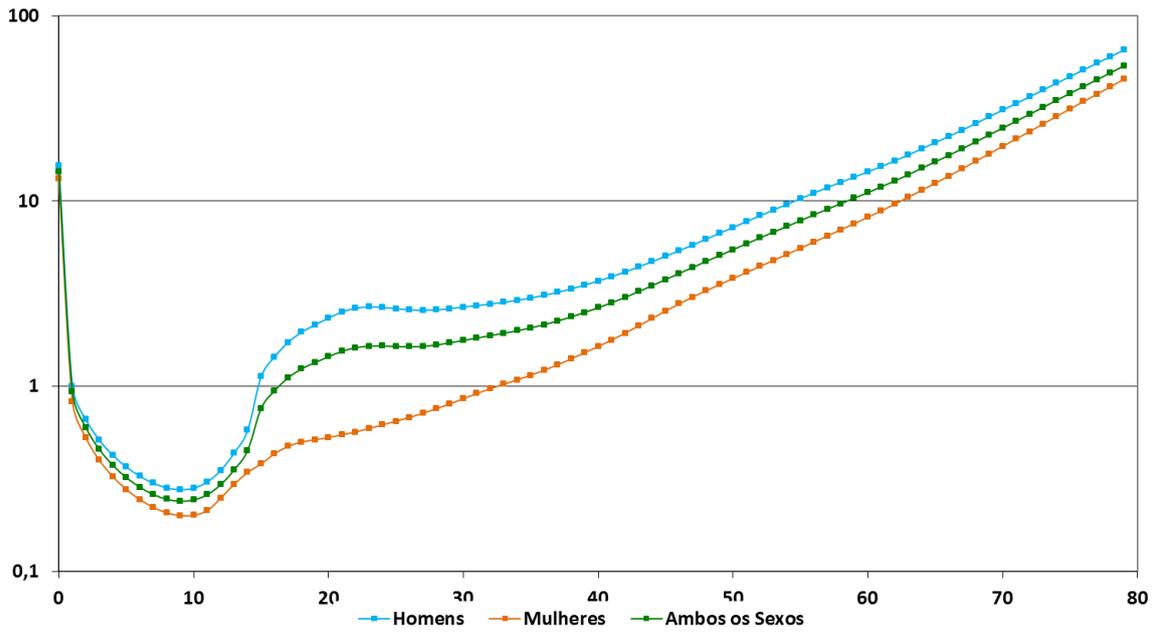


Como o problema da descontinuidade ocorre nas primeiras idades, o ajuste do modelo de Heligman e Pollard é utilizado somente para o ajuste dos óbitos entre 0 e 14 anos de idade.

O total de óbitos para os grupos etários de 1-4; 5-9 e 10-14 são dados pelas tábuas de vida abreviadas de mortalidade. A partir desse dado são procurados parâmetros que melhor se ajustam ao modelo, de modo a fazer a distribuição dos óbitos por idade simples reconstituir o total de óbitos de cada um dos grupos etários.

A aplicação deste modelo, no início da distribuição, resultou no seguinte ajuste (Gráfico 7), sempre se certificando que os valores ajustados de óbitos reconstituam os dos grupos etários quinquenais. Os resultados destes ajustes estão apresentados nas tábuas completas de mortalidade divulgadas em anexo.

Gráfico 7 - Logaritmo das probabilidades de morte (nq_x) suavizadas - Brasil - Ambos os sexos, Homens e Mulheres - 2014



Deve-se ressaltar que o processo de suavização das curvas pode ser feito através de outros procedimentos de ajuste. Até um ajuste visual pode ser realizado, certificando-se que a soma do número de óbitos por idade simples reconstitua o do grupo quinquenal, quando da redistribuição do número de óbitos utilizado neste processo.

A N E X O

**Tábuas completas de mortalidade para
ambos os sexos, homens e mulheres
2014**

BRASIL: Tábua Completa de Mortalidade - Ambos os Sexos - 2014

(Continua)

Idades Exatas (X)	Probabilidades de Morte entre Duas Idades Exatas Q (X, N) (Por Mil)	Óbitos D (X, N)	l (X)	L (X, N)	T(X)	Expectativa de Vida à Idade X E(X)
0	14,399	1440	100000	98694	7520029	75,2
1	0,930	92	98560	98514	7421335	75,3
2	0,599	59	98468	98439	7322820	74,4
3	0,456	45	98409	98387	7224382	73,4
4	0,374	37	98365	98346	7125995	72,4
5	0,321	32	98328	98312	7027648	71,5
6	0,285	28	98296	98282	6929336	70,5
7	0,260	26	98268	98255	6831054	69,5
8	0,245	24	98243	98231	6732799	68,5
9	0,239	23	98219	98207	6634568	67,5
10	0,243	24	98195	98183	6536361	66,6
11	0,260	25	98171	98159	6438178	65,6
12	0,294	29	98146	98131	6340019	64,6
13	0,353	35	98117	98100	6241888	63,6
14	0,450	44	98082	98060	6143788	62,6
15	0,758	74	98038	98001	6045728	61,7
16	0,944	93	97964	97918	5947727	60,7
17	1,110	109	97871	97817	5849810	59,8
18	1,241	121	97763	97702	5751993	58,8
19	1,343	131	97641	97576	5654291	57,9
20	1,444	141	97510	97440	5556715	57,0
21	1,544	150	97369	97294	5459275	56,1
22	1,613	157	97219	97141	5361981	55,2
23	1,645	160	97062	96982	5264840	54,2
24	1,648	160	96903	96823	5167858	53,3
25	1,638	158	96743	96664	5071035	52,4
26	1,632	158	96584	96506	4974372	51,5
27	1,640	158	96427	96348	4877866	50,6
28	1,668	161	96269	96188	4781518	49,7
29	1,715	165	96108	96026	4685330	48,8
30	1,768	170	95943	95858	4589304	47,8
31	1,821	174	95774	95686	4493446	46,9
32	1,876	179	95599	95510	4397760	46,0
33	1,933	184	95420	95328	4302250	45,1
34	1,994	190	95235	95141	4206922	44,2
35	2,065	196	95046	94947	4111782	43,3
36	2,151	204	94849	94747	4016834	42,3
37	2,251	213	94645	94539	3922087	41,4
38	2,368	224	94432	94321	3827548	40,5
39	2,503	236	94209	94091	3733228	39,6

Notas:

N = 1

Q(X, N) = Probabilidades de morte entre as idades exatas X e X+N.

l(X) = Número de sobreviventes à idade exata X.

D(X, N) = Número de óbitos ocorridos entre as idades X e X+N.

L(X, N) = Número de pessoas-anos vividos entre as idades X e X+N.

T(X) = Número de pessoas-anos vividos a partir da idade X.

E(X) = Expectativa de vida à idade X.

BRASIL: Tábua Completa de Mortalidade - Ambos os Sexos - 2014

(Conclusão)						
Idades Exatas (X)	Probabilidades de Morte entre Duas Idades Exatas Q (X, N) (Por Mil)	Óbitos D (X, N)	I (X)	L (X, N)	T(X)	Expectativa de Vida à Idade X E(X)
40	2,654	249	93973	93848	3639137	38,7
41	2,823	265	93724	93591	3545289	37,8
42	3,017	282	93459	93318	3451697	36,9
43	3,241	302	93177	93026	3358379	36,0
44	3,492	324	92875	92713	3265354	35,2
45	3,767	349	92551	92376	3172641	34,3
46	4,063	375	92202	92015	3080264	33,4
47	4,379	402	91827	91626	2988250	32,5
48	4,717	431	91425	91210	2896623	31,7
49	5,076	462	90994	90763	2805414	30,8
50	5,463	495	90532	90285	2714650	30,0
51	5,880	529	90038	89773	2624366	29,1
52	6,322	566	89508	89225	2534593	28,3
53	6,792	604	88942	88640	2445368	27,5
54	7,293	644	88338	88016	2356727	26,7
55	7,837	687	87694	87350	2268711	25,9
56	8,422	733	87007	86640	2181361	25,1
57	9,038	780	86274	85884	2094721	24,3
58	9,683	828	85494	85080	2008837	23,5
59	10,369	878	84666	84227	1923756	22,7
60	11,109	931	83788	83323	1839529	22,0
61	11,927	988	82858	82363	1756206	21,2
62	12,844	1052	81869	81344	1673843	20,4
63	13,879	1122	80818	80257	1592499	19,7
64	15,035	1198	79696	79097	1512242	19,0
65	16,286	1278	78498	77859	1433145	18,3
66	17,644	1362	77219	76538	1355286	17,6
67	19,162	1454	75857	75130	1278748	16,9
68	20,867	1553	74403	73627	1203618	16,2
69	22,758	1658	72851	72022	1129991	15,5
70	24,794	1765	71193	70310	1057969	14,9
71	26,985	1874	69428	68491	987658	14,2
72	29,400	1986	67554	66561	919167	13,6
73	32,072	2103	65568	64517	852606	13,0
74	35,005	2222	63465	62354	788089	12,4
75	38,159	2337	61244	60075	725735	11,8
76	41,546	2447	58907	57683	665660	11,3
77	45,243	2554	56459	55182	607977	10,8
78	49,294	2657	53905	52576	552795	10,3
79	53,719	2753	51248	49871	500218	9,8
80 ou mais	1000,000	48495	48495	450347	450347	9,3

Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas (DPE), Coordenação de População e Indicadores Sociais (COPIIS).

Notas:

N = 1

Q(X, N) = Probabilidades de morte entre as idades exatas X e X+N.

I(X) = Número de sobreviventes à idade exata X.

D(X, N) = Número de óbitos ocorridos entre as idades X e X+N.

L(X, N) = Número de pessoas-anos vividos entre as idades X e X+N.

T(X) = Número de pessoas-anos vividos a partir da idade X.

E(X) = Expectativa de vida à idade X.

BRASIL: Tábua Completa de Mortalidade - Homens - 2014

(Continua)

Idades Exatas (X)	Probabilidades de Morte entre Duas Idades Exatas Q (X, N) (Por Mil)	Óbitos D (X, N)	l (X)	L (X, N)	T(X)	Expectativa de Vida à Idade X E(X)
0	15,575	1558	100000	98578	7161950	71,6
1	1,002	99	98442	98393	7063372	71,8
2	0,662	65	98344	98311	6964979	70,8
3	0,511	50	98279	98254	6866667	69,9
4	0,424	42	98229	98208	6768414	68,9
5	0,366	36	98187	98169	6670206	67,9
6	0,326	32	98151	98135	6572037	67,0
7	0,299	29	98119	98104	6473902	66,0
8	0,282	28	98090	98076	6375798	65,0
9	0,276	27	98062	98048	6277722	64,0
10	0,282	28	98035	98021	6179674	63,0
11	0,304	30	98007	97992	6081653	62,1
12	0,351	34	97977	97960	5983660	61,1
13	0,435	43	97943	97922	5885700	60,1
14	0,578	57	97900	97872	5787779	59,1
15	1,127	110	97844	97789	5689906	58,2
16	1,439	141	97734	97663	5592118	57,2
17	1,724	168	97593	97509	5494454	56,3
18	1,957	191	97425	97329	5396946	55,4
19	2,145	209	97234	97130	5299616	54,5
20	2,334	226	97025	96912	5202486	53,6
21	2,517	244	96799	96677	5105574	52,7
22	2,638	255	96555	96428	5008897	51,9
23	2,680	258	96301	96172	4912469	51,0
24	2,665	256	96042	95915	4816298	50,1
25	2,622	251	95787	95661	4720383	49,3
26	2,585	247	95535	95412	4624722	48,4
27	2,567	245	95289	95166	4529310	47,5
28	2,583	245	95044	94921	4434144	46,7
29	2,627	249	94798	94674	4339223	45,8
30	2,678	253	94549	94423	4244549	44,9
31	2,725	257	94296	94168	4150126	44,0
32	2,779	261	94039	93909	4055958	43,1
33	2,840	266	93778	93645	3962050	42,2
34	2,910	272	93512	93376	3868405	41,4
35	2,994	279	93240	93100	3775029	40,5
36	3,095	288	92960	92817	3681929	39,6
37	3,215	298	92673	92524	3589113	38,7
38	3,354	310	92375	92220	3496589	37,9
39	3,516	324	92065	91903	3404369	37,0

Notas:

N = 1

Q(X, N) = Probabilidades de morte entre as idades exatas X e X+N.

l(X) = Número de sobreviventes à idade exata X.

D(X, N) = Número de óbitos ocorridos entre as idades X e X+N.

L(X, N) = Número de pessoas-anos vividos entre as idades X e X+N.

T(X) = Número de pessoas-anos vividos a partir da idade X.

E(X) = Expectativa de vida à idade X.

BRASIL: Tábua Completa de Mortalidade - Homens - 2014

(Conclusão)

Idades Exatas (X)	Probabilidades de Morte entre Duas Idades Exatas Q (X, N) (Por Mil)	Óbitos D (X, N)	I (X)	L (X, N)	T(X)	Expectativa de Vida à Idade X E(X)
40	3,699	339	91741	91572	3312466	36,1
41	3,905	357	91402	91223	3220894	35,2
42	4,140	377	91045	90857	3129671	34,4
43	4,407	400	90668	90468	3038814	33,5
44	4,706	425	90268	90056	2948346	32,7
45	5,032	452	89844	89618	2858290	31,8
46	5,389	482	89392	89151	2768672	31,0
47	5,783	514	88910	88653	2679522	30,1
48	6,218	550	88396	88121	2590869	29,3
49	6,694	588	87846	87552	2502748	28,5
50	7,205	629	87258	86944	2415196	27,7
51	7,751	671	86629	86294	2328253	26,9
52	8,331	716	85958	85600	2241959	26,1
53	8,945	762	85242	84860	2156359	25,3
54	9,596	811	84479	84074	2071499	24,5
55	10,301	862	83669	83238	1987425	23,8
56	11,054	915	82807	82349	1904187	23,0
57	11,835	969	81891	81407	1821838	22,2
58	12,638	1023	80922	80411	1740432	21,5
59	13,481	1077	79899	79361	1660021	20,8
60	14,381	1134	78822	78255	1580660	20,1
61	15,372	1194	77689	77092	1502405	19,3
62	16,484	1261	76495	75864	1425313	18,6
63	17,747	1335	75234	74566	1349449	17,9
64	19,159	1416	73898	73190	1274883	17,3
65	20,679	1499	72483	71733	1201693	16,6
66	22,322	1584	70984	70191	1129959	15,9
67	24,161	1677	69399	68561	1059768	15,3
68	26,232	1776	67722	66834	991207	14,6
69	28,531	1882	65946	65005	924373	14,0
70	31,009	1987	64064	63071	859368	13,4
71	33,668	2090	62078	61033	796297	12,8
72	36,580	2194	59988	58891	735264	12,3
73	39,781	2299	57793	56644	676373	11,7
74	43,279	2402	55494	54294	619729	11,2
75	47,058	2498	53093	51843	565436	10,6
76	51,125	2587	50594	49301	513592	10,2
77	55,524	2666	48008	46675	464291	9,7
78	60,285	2733	45342	43975	417616	9,2
79	65,444	2788	42609	41214	373641	8,8
80 ou mais	1000,000	39820	39820	332427	332427	8,3

Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas (DPE), Coordenação de População e Indicadores Sociais (COPIS).

Notas:

N = 1

Q(X, N) = Probabilidades de morte entre as idades exatas X e X+N.

I(X) = Número de sobreviventes à idade exata X.

D(X, N) = Número de óbitos ocorridos entre as idades X e X+N.

L(X, N) = Número de pessoas-anos vividos entre as idades X e X+N.

T(X) = Número de pessoas-anos vividos a partir da idade X.

E(X) = Expectativa de vida à idade X.

BRASIL: Tábua Completa de Mortalidade - Mulheres - 2014

(Continua)

Idades Exatas (X)	Probabilidades de Morte entre Duas Idades Exatas Q (X, N) (Por Mil)	Óbitos D (X, N)	l (X)	L (X, N)	T(X)	Expectativa de Vida à Idade X E(X)
0	13,160	1316	100000	98802	7883665	78,8
1	0,828	82	98684	98643	7784863	78,9
2	0,528	52	98602	98576	7686220	78,0
3	0,398	39	98550	98531	7587644	77,0
4	0,325	32	98511	98495	7489114	76,0
5	0,277	27	98479	98465	7390619	75,0
6	0,244	24	98452	98440	7292153	74,1
7	0,222	22	98428	98417	7193714	73,1
8	0,207	20	98406	98396	7095297	72,1
9	0,200	20	98385	98376	6996901	71,1
10	0,201	20	98366	98356	6898526	70,1
11	0,213	21	98346	98336	6800170	69,1
12	0,249	24	98325	98313	6701834	68,2
13	0,295	29	98301	98286	6603521	67,2
14	0,342	34	98272	98255	6505235	66,2
15	0,381	37	98238	98219	6406980	65,2
16	0,432	42	98201	98179	6308761	64,2
17	0,473	46	98158	98135	6210582	63,3
18	0,499	49	98112	98087	6112447	62,3
19	0,514	50	98063	98038	6014360	61,3
20	0,528	52	98012	97986	5916322	60,4
21	0,546	54	97961	97934	5818336	59,4
22	0,566	55	97907	97879	5720402	58,4
23	0,591	58	97852	97823	5622522	57,5
24	0,618	60	97794	97764	5524700	56,5
25	0,647	63	97733	97702	5426936	55,5
26	0,678	66	97670	97637	5329234	54,6
27	0,714	70	97604	97569	5231597	53,6
28	0,756	74	97534	97497	5134028	52,6
29	0,803	78	97460	97421	5036531	51,7
30	0,856	83	97382	97340	4939110	50,7
31	0,913	89	97299	97254	4841769	49,8
32	0,970	94	97210	97163	4744515	48,8
33	1,026	100	97116	97066	4647352	47,9
34	1,083	105	97016	96964	4550287	46,9
35	1,146	111	96911	96855	4453323	46,0
36	1,221	118	96800	96741	4356468	45,0
37	1,306	126	96682	96619	4259727	44,1
38	1,405	136	96555	96488	4163108	43,1
39	1,517	146	96420	96347	4066621	42,2

Notas:

N = 1

Q(X, N) = Probabilidades de morte entre as idades exatas X e X+N.

l(X) = Número de sobreviventes à idade exata X.

D(X, N) = Número de óbitos ocorridos entre as idades X e X+N.

L(X, N) = Número de pessoas-anos vividos entre as idades X e X+N.

T(X) = Número de pessoas-anos vividos a partir da idade X.

E(X) = Expectativa de vida à idade X.

BRASIL: Tábua Completa de Mortalidade - Mulheres - 2014

(Conclusão)

Idades Exatas (X)	Probabilidades de Morte entre Duas Idades Exatas Q (X, N) (Por Mil)	Óbitos D (X, N)	l (X)	L (X, N)	T(X)	Expectativa de Vida à Idade X E(X)
40	1,640	158	96273	96195	3970274	41,2
41	1,776	171	96116	96030	3874079	40,3
42	1,934	186	95945	95852	3778049	39,4
43	2,117	203	95759	95658	3682197	38,5
44	2,322	222	95557	95446	3586539	37,5
45	2,547	243	95335	95213	3491094	36,6
46	2,785	265	95092	94959	3395880	35,7
47	3,030	287	94827	94683	3300921	34,8
48	3,279	310	94540	94385	3206238	33,9
49	3,535	333	94230	94063	3111853	33,0
50	3,813	358	93896	93717	3017790	32,1
51	4,115	385	93538	93346	2924073	31,3
52	4,438	413	93153	92947	2830727	30,4
53	4,782	443	92740	92518	2737780	29,5
54	5,152	476	92297	92059	2645262	28,7
55	5,558	510	91821	91566	2553203	27,8
56	6,003	548	91311	91037	2461637	27,0
57	6,481	588	90763	90468	2370600	26,1
58	6,996	631	90174	89859	2280132	25,3
59	7,556	677	89543	89205	2190273	24,5
60	8,171	726	88867	88504	2101068	23,6
61	8,854	780	88141	87751	2012564	22,8
62	9,620	840	87360	86940	1924814	22,0
63	10,481	907	86520	86067	1837874	21,2
64	11,443	980	85613	85123	1751807	20,5
65	12,492	1057	84633	84105	1666684	19,7
66	13,643	1140	83576	83006	1582579	18,9
67	14,933	1231	82436	81820	1499573	18,2
68	16,385	1331	81205	80540	1417753	17,5
69	17,999	1438	79874	79156	1337213	16,7
70	19,744	1549	78437	77662	1258057	16,0
71	21,635	1663	76888	76056	1180395	15,4
72	23,736	1785	75225	74332	1104339	14,7
73	26,079	1915	73439	72481	1030007	14,0
74	28,668	2050	71524	70499	957525	13,4
75	31,450	2185	69473	68381	887027	12,8
76	34,447	2318	67288	66130	818646	12,2
77	37,759	2453	64971	63744	752516	11,6
78	41,445	2591	62517	61222	688772	11,0
79	45,514	2727	59926	58563	627550	10,5
80 ou mais	1000,000	57199	57199	568988	568988	9,9

Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas (DPE), Coordenação de População e Indicadores Sociais (COPIIS).

Notas:

N = 1

Q(X, N) = Probabilidades de morte entre as idades exatas X e X+N.

l(X) = Número de sobreviventes à idade exata X.

D(X, N) = Número de óbitos ocorridos entre as idades X e X+N.

L(X, N) = Número de pessoas-anos vividos entre as idades X e X+N.

T(X) = Número de pessoas-anos vividos a partir da idade X.

E(X) = Expectativa de vida à idade X.

Referências

ALBUQUERQUE, Fernando Roberto P. de C. e SENNA, Janaína R. Xavier "Tábuas de Mortalidade por Sexo e Grupos de Idade - Grandes e Unidades da Federação – 1980, 1991 e 2000. Textos para discussão, Diretoria de Pesquisas, IBGE, Rio de Janeiro, 2005.161p. ISSN 1518-675X ; n. 20

Gompertz, B. (1825). "On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies". *Philosophical Transactions of the Royal Society* **115**: 513–585. doi:10.1098/rstl.1825.0026

Heligman, L., Pollard, J.H. 1980. The Age Pattern of Mortality. *Journal Institute of Actuaries*, v.107, 49-75.

Higgins, Tim. *Mathematical Models of Mortality*. 2003. Workshop on Mortality Modelling and Forecasting. Australian National University.

Makeham, W. M. (1860). "On the Law of Mortality and the Construction of Annuity Tables". *J. Inst. Actuaries and Assur. Mag.* **8**: 301–310.

PROJEÇÃO da população do Brasil por sexo e idade para o período 2000-2060; Projeção da população das Unidades da Federação por sexo e idade 2000-2030. Rio de Janeiro: IBGE, 2013. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/projecao_da_populacao/2013/default.shtm>. Acesso em: nov. 2015.

SHRYOCK, Henry; SIEGEL, Jacob S. *The Methods and Materials of Demography*. U.S. Department of Commerce. Bureau of the Census. Washington, D.C., 1971.

Equipe técnica

Diretoria de Pesquisas

Coordenação de População e Indicadores Sociais

Barbara Cobo Soares

Gerência de Estudos e Análises da Dinâmica Demográfica

Leila Regina Ervatti

Gerência das Componentes da Dinâmica Demográfica

Fernando Roberto Pires de Carvalho e Albuquerque

Gerência das Estimativas Municipais e Projeções de População

Izabel Guimaraes Marri

Equipe técnica

Fernando Roberto Pires de Carvalho e Albuquerque

Marcio Mitsuo Minamiguchi

Estagiários

Igor Sales do Nascimento